

Bazele Electrotehnicii

1. Marimile primitive ale electro- magnetismului

Daniel Ioan

Universitatea Politehnica din Bucuresti
PUB - CIEAC/LMN

daniel@lmn.pub.ro

Marime fizica = metoda prin care se descrie cantitativ starea unui obiect real, caruia i se asociaza prin marime un obiect matematic, instantiat prin operatia de masurare

Caracteristicile unei marimi fizice:

- Simbol
- Definitie
- Tip al marimii (vezi clasificarile urmatoare)
- Unitate de masura
- Procedeu de masurare
- Reprezentare numerica

Marimile fizice realizeaza **corespondenta** dintre lumea reala si lumile ideilor (obiectul matematic asociat) dar si cu cea virtuala (prin structura de date sau obiectul OOP asociate si prin rezultatul unei masuratori digitale)

Clasificarea marimilor fizice

Dupa tipul matematic: **scalare** (reale sau complexe), **vectoriale** (bi-, tri- sau multi-dimensionale), **tensoriale** (reprezentate prin matrice de diferite dimensiuni)

Dupa definitie: **primitive** (definite prin descrierea procedurii de masurare) si **derivate** (definite prin expresii, in functie de alte marimi)

Dupa unitatea de masura: **primare** (cu unitati fundamentale) si **secundare** (cu unitati derivate)

Dupa procedeul de masurare: **pasive** (necesita energie de activare) **active** (au energia necesara masurarii)

Referitor la timp: **instantanee** (asociate unui moment, functie de timp) si **de proces** (asociate unui interval de timp, cat dureaza procesul)

Referitor la spatiu: **locale** (asociate unui punct, functii de pozitia spatiala) si **globale** (asociate unei multimi infinite de puncte, de exemplu domeniul unui corp)

1.1. Marimile locale ale campului el-mg

Campul electromagnetic = forma de existenta a materiei, diferita de substanta, capabila sa acumuleze si sa transporte energie dar si sa interactioneze cu corpurile in mod mecanic, termic si/sau chimic.

Fiecare din componentele electrica si magnetica este caracterizata local de doi vectori tridimensionali, **intensitatea si inductia** campului respectiv:

- **E** – intensitatea campului electric
- **D** – inductia campului electric
- **H** – intensitatea campului magnetic
- **B** – inductia campului magnetic

Aceste marimi caracterizeaza complet, local si instantaneu campul electromagnetic dintr-un punct din spatiu la un moment de timp. Pentru a caracteriza campul intr-un domeniu spatial pe un interval de timp cele patru marimi devin functii vectoriale de pozitie si timp. Matematic ele devin **functii definite pe domeniul spatio-temporal cuadrimensional cu valori in spatiul tridimensional.**

Intensitatea campului electric

Marime fizica vectoriala ce caracterizeaza local si instantaneu componenta **longitudinala** a campului electric

- $\mathbf{E} = \mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$ [V/m] cu $\mathbf{f} : \Omega \times (t_{\min}, t_{\max}) \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\Omega \subset \mathbb{R}^3$

- $\mathbf{r} = \mathbf{i}x + \mathbf{j}y + \mathbf{k}z$ vectorul de pozitie cartezian

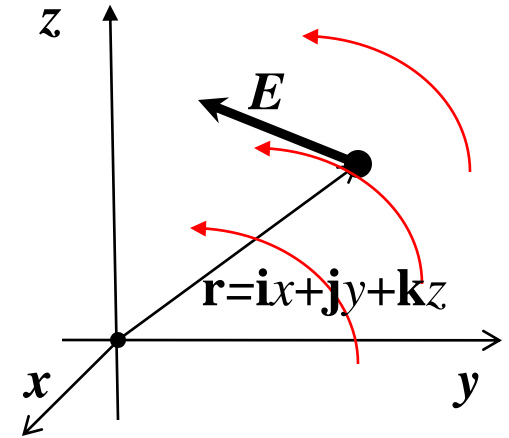
- $\mathbf{E} = \mathbf{i} E_x + \mathbf{j} E_y + \mathbf{k} E_z$

- pe componente:

$$\begin{cases} E_x = f_1(x, y, z, t) \\ E_y = f_2(x, y, z, t) \\ E_z = f_3(x, y, z, t) \end{cases}$$

- Unitatea de masura: Volt pe metru [V/m]

- **Spectrul campului E** este o familie de curbe orientate, numite linii de camp, cu proprietatea ca in fiecare punct vectorul \mathbf{E} este tangent la linia de camp si orientat in sensul acesteia



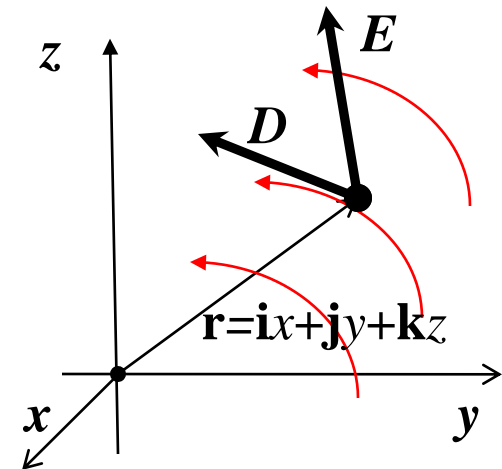
Marime fizica vectoriala ce caracterizeaza local si instantaneu componenta **transversala** a campului electric

- $\mathbf{D} = \mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$ [C/m²] cu $\mathbf{f} : \Omega \times (t_{\min}, t_{\max}) \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\Omega \subset \mathbb{R}^3$

- $\mathbf{r} = \mathbf{i}x + \mathbf{j}y + \mathbf{k}z$ vectorul de pozitie cartezian

- $\mathbf{D} = \mathbf{i} D_x + \mathbf{j} D_y + \mathbf{k} D_z$

- pe componente:
$$\begin{cases} D_x = f_1(x, y, z, t) \\ D_y = f_2(x, y, z, t) \\ D_z = f_3(x, y, z, t) \end{cases}$$



- Unitatea de masura: Coulomb pe metru patrat [C/m²]

- **Spectrul campului D** este o familie de curbe orientate, numite linii de camp, cu proprietatea ca in fiecare punct vectorul \mathbf{D} este tangent la linia de camp si orientat in sensul acesteia. In vid vectorii intensitate si inductie sunt coliniari si proportionali, deci cele doua spectre se suprapun, existand un singur spectru al campului electric.

Intensitatea campului magnetic

Marime fizica vectoriala ce caracterizeaza local si instantaneu componenta **longitudinala** a campului magnetic

- $\mathbf{H} = \mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$ [A/m] cu $\mathbf{f} : \Omega \times (t_{\min}, t_{\max}) \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\Omega \subset \mathbb{R}^3$

- $\mathbf{r} = \mathbf{i}x + \mathbf{j}y + \mathbf{k}z$ vectorul de pozitie cartezian

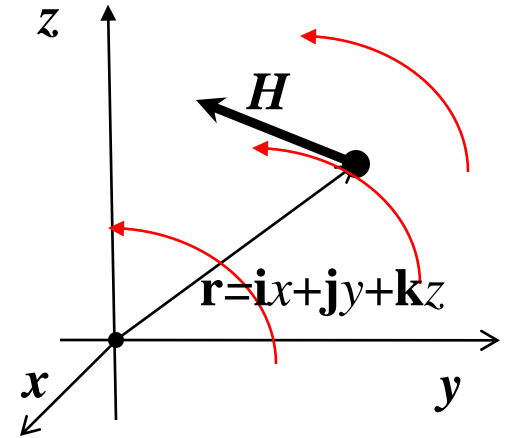
- $\mathbf{H} = \mathbf{i} H_x + \mathbf{j} H_y + \mathbf{k} H_z$

- pe componente:

$$\begin{cases} H_x = f_1(x, y, z, t) \\ H_y = f_2(x, y, z, t) \\ H_z = f_3(x, y, z, t) \end{cases}$$

- Unitatea de masura: Amper pe metru [A/m]

- **Spectrul campului H** este o familie de curbe orientate, numite linii de camp, cu proprietatea ca in fiecare punct vectorul \mathbf{H} este tangent la linia de camp si orientat in sensul acesteia



Marime fizica vectoriala ce caracterizeaza local si instantaneu componenta **transversala** a campului magnetic

- $\mathbf{B} = \mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$ [T] cu $\mathbf{f} : \Omega \times (t_{\min}, t_{\max}) \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\Omega \subset \mathbb{R}^3$

- $\mathbf{r} = \mathbf{i}x + \mathbf{j}y + \mathbf{k}z$ vectorul de pozitie cartezian

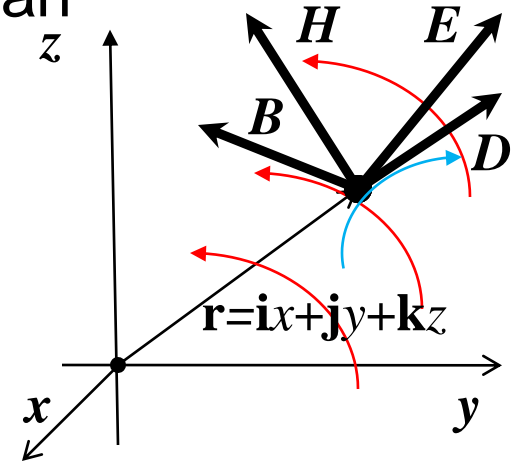
- $\mathbf{B} = \mathbf{i} B_x + \mathbf{j} B_y + \mathbf{k} B_z$

- pe componente:

$$\begin{cases} B_x = f_1(x, y, z, t) \\ B_y = f_2(x, y, z, t) \\ B_z = f_3(x, y, z, t) \end{cases}$$

- Unitatea de masura: Tesla [T]

- **Spectrul campului \mathbf{B}** este o familie de curbe orientate, numite linii de camp, cu proprietatea ca in fiecare punct vectorul \mathbf{B} este tangent la linia de camp si orientat in sensul acesteia. In vid vectorii intensitate si inductie sunt coliniari si proportionali, deci cele doua spectre se suprapun, existand un singur spectru al campului magnetic.



1.2. Marimile locale ale corpurilor

In interactiune cu campul electromagnetic corpurile isi schimba starea. Pentru a caracteriza aceasta **schimbare de stare electromagnetica** se folosesc urmatoarele marimi fizice locale:

- ρ – densitatea de volum a sarcinii electrice
- \mathbf{J} – densitatea de curent electric

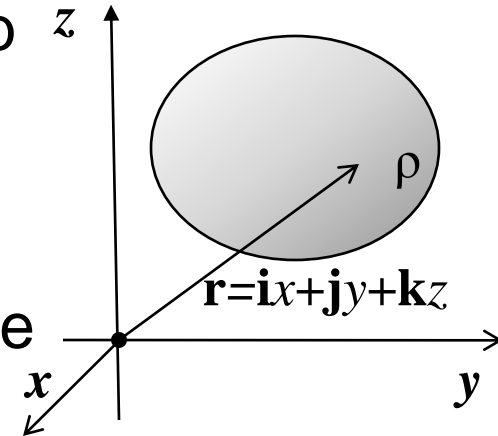
Aceste marimi caracterizeaza local si instantaneu corpurile. Pentru a caracteriza starea unui corp pe un interval de timp cele doua marimi devin **functii** de pozitie si timp, una scalara si alta vectoriala, definite pe domeniul corpului si intervalul de timp.

Remarcati ca pentru marimile scalare sunt folosite simboluri **nebolduite** in timp ce pentru marimile vectoriale sunt folosite simboluri grase (**bolduite** sau cu bara deasupra in cazul scrierii de mana)

Marime fizica scalara ce caracterizeaza local si instantaneu **starea de electrizare** a corpurilor:

- $\rho = f(\mathbf{r}, t)$ [C/m³] cu $f : \Omega \times (t_{\min}, t_{\max}) \rightarrow \mathbb{R}$, $\Omega \subset \mathbb{R}^3$
- $\mathbf{r} = \mathbf{i}x + \mathbf{j}y + \mathbf{k}z$ vectorul de pozitie cartezian
- Unitatea de masura: Coulomb pe metru cub
- **Semnificatie microscopica:**

Electrizare: exces de electroni (pozitiva) sau exces de protoni (negativa). Cand numarul de electroni dintr-un corp este egal cu numarul de protoni, atunci corpul este neutru.

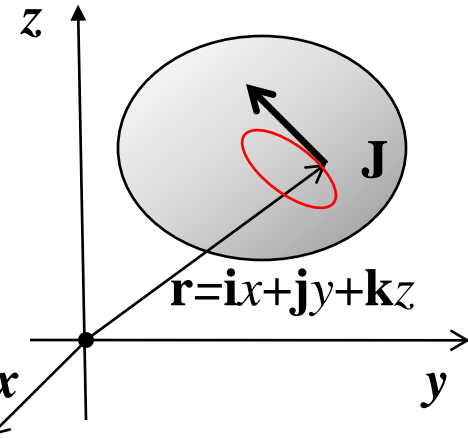


Densitatea de sarcina din punctele unui microvolum descrie excesul local de sarcina fiind egala cu diferenta dintre numarul electronilor si a protonilor raportata la microvolumul considerat si multiplicata cu sarcina unui proton.

Marime fizica scalara ce caracterizeaza local si instantaneu **starea electrocinetica** a corpurilor:

- $\mathbf{J} = \mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$ [A/m²] cu $\mathbf{f} : \Omega \times (t_{\min}, t_{\max}) \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\Omega \subset \mathbb{R}^3$
- $\mathbf{r} = \mathbf{i}x + \mathbf{j}y + \mathbf{k}z$ vectorul de pozitie cartezian
- Unitatea de masura: Amper pe metru patrat
- **Semnificatie microscopica:**

Stare electrocinetica (de conductie electrica):
deplasarea in directii privilegiate a purtatorilor liberi de sarcina (electroni sau ioni in electroliti) suprapusa peste agitatie lor termica.



Densitatea de curent descrie aceasta stare fiind egala cu viteza de miscare in directia privilegiata, multiplicata cu densitatea de volum a sarcinii acestor purtatori liberi de sarcina.

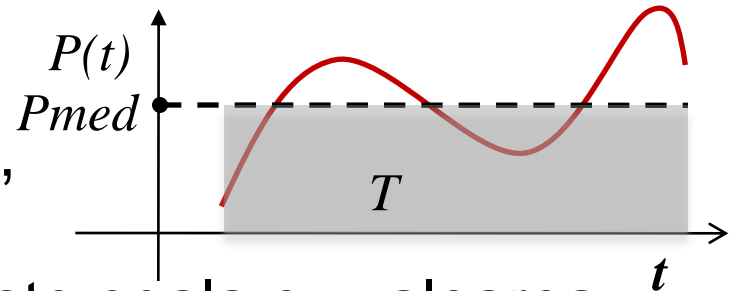
Fiind descris matematic de un camp de vectori, marimea admite un spectru, alcatuit din **linii de curent**, care reprezinta si traseele purtatorilor liberi de sarcina.

1.3. Integrale pe varietati

Marimile de proces sunt definite ca **integrale pe durata procesului** ale marimilor instantanee. De exemplu, integrala in timp puterii:

$$W = \int_0^T P(t) dt = P_{med} T$$

este energia⁰ (aria de sub curba), egala cu cea a dreptunghiului



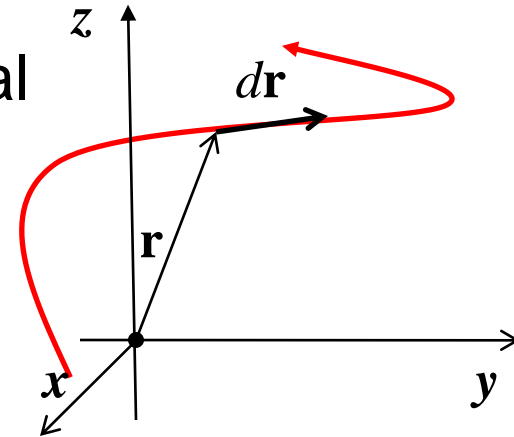
Valoarea medie a unei functii este egala cu valoarea integralei functiei raportata la lungimea intervalului de integrare. In consecinta valoarea marimii de proces este produsul dintre valoarea medie a marimii instantanee si durata procesului:

$$P_{med} = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt$$

In mod asemanator, marimile globale pot fi definite ca **integrale ale marimilor locale** pe diferite varietati.

Varietate: multime continua cu o infinitate de puncte. In spatiul tridimensional deosebim trei feluri de varietati: curbe, suprafete si domenii de volum nenul.

- **Curba** = varietate unidimensională în care punctele $\mathbf{r} = \mathbf{f}(u)$ sunt identificate de o singură coordonată parametrică reală u . Este mulțimea valorilor aplicăției derivabile: $\mathbf{f} : [u_{\min}, u_{\max}] \rightarrow \mathbb{R}^3$
- Curbele sunt **închise** (dacă $\mathbf{f}(u_{\min}) = \mathbf{f}(u_{\max})$) sau **deschise** în caz contrar, notate cu Γ respectiv cu C
- Ambele sunt **varietăți orientate** convențional
- Vectorul elementar $d\mathbf{r} = d\mathbf{f}/du du$ este orientat tangential, în sensul curbei și are modulul $ds = |d\mathbf{r}| = |d\mathbf{f}/du| du = h_u du$
- Măsura curbei este **lungimea** și este definită ca



$$l_C = \int_C ds = \int_{u_{\min}}^{u_{\max}} h_u du \quad \text{iar} \quad \int_C \mathbf{G}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = \int_C G dr \cos \alpha = \int_C G_t dr = G_{tmed} l_C$$

este **circulația câmpului vectorial \mathbf{G}** de-a lungul curbei C (integrala produsului scalar $\mathbf{G} \cdot d\mathbf{r}$) și se referă la componenta tangentială

- **Suprafata** = varietate bidimensionala in care punctele $\mathbf{r} = \mathbf{h}(u, v)$ sunt identificate de doua coordonate parametrice u si v . Este multimea valorilor aplicatiei derivabile $\mathbf{h} : [0, u_{\max}] \times [0, v_{\max}] \rightarrow \mathbb{R}^3$
 - Suprafetele sunt **inchise** (daca sunt frontiera unui subdomeniu tridimensional: $\Sigma = \partial\Omega, \Omega \subset \mathbb{R}^3$) si **deschise** in caz contrar (cand frontiera lor este o curba inchisa $\Gamma = \partial S$)
 - Suprafetele inchise sunt orientate **de la interior catre exterior**.
 - Suprafetele deschise sunt orientate dupa **regula burghiului drept** fata de frontierele lor.
 - Elementul de arie vectoriala $d\mathbf{A} = \mathbf{n}dA = \mathbf{h}_u \times \mathbf{h}_v dudv$ este orientat normal la suprafata
 - Masura suprafetei este **aria** sa $A_S = \int dA = \int_0^{v_{\max}} \int_0^{u_{\max}} |\mathbf{h}_u \times \mathbf{h}_v| dudv$ iar $\int_S \mathbf{G}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{A} = \int_S G dA \cos \alpha = \int_S G_n dA = G_{nmed}^S A_S$
- este **fluxul** campului vectorial \mathbf{G} pe suprafata S . (integrala produsului scalar $\mathbf{G} d\mathbf{A}$) si se refera la componenta normalata a campului mediata pe suprafata.

- **Domeniu de volum nenul** = varietate tridimensională în care punctele $\mathbf{r} = \mathbf{h}(u, v, w)$ sunt identificate de trei coordonate parametrice u, v și w . $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ este mulțimea valorilor aplicației \mathbf{h} .
- Volumele nu sunt orientate dar frontierele lor sunt orientate spre exterior: $\Sigma = \partial\Omega$
- Elementul de volum $dV = (\mathbf{h}_u \times \mathbf{h}_v) \cdot \mathbf{h}_w du dv dw$ este $dV = h_u h_v h_w du dv dw$ în coordonate ortogonale și $dV = dx dy dz$ în coordonate carteziene.
- Măsura domeniului este **volumul** sau

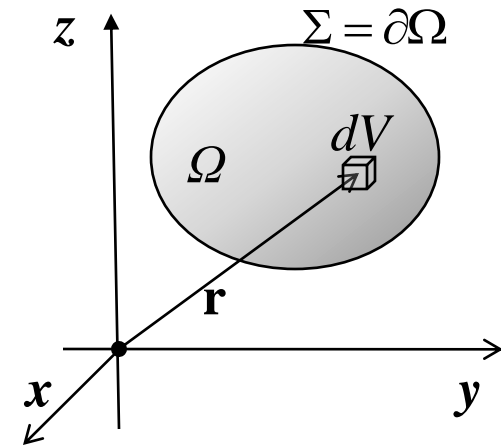
$$V_\Omega = \int_\Omega dV = \int_0^{v \max} \int_0^{u \max} \int_0^{w \max} (\mathbf{h}_u \times \mathbf{h}_v) \cdot \mathbf{h}_w du dv dw$$

iar

$$\int_\Omega g(\mathbf{r}) \cdot dV = g_{med} V_\Omega$$

este integrala unui câmp scalar pe domeniul $\Omega \subset \mathbb{R}^3$.

În general, integrala pe o varietate este media **integrandului înmulțita cu măsura acesteia**



1.4. Marimile globale ale campului el-mg

Fiecare marime locala defineste prin integrare o marime globala. Intensitatile campului se integreaza pe varietati unidimensionale (curbe) – integrale simple, iar inductiile pe varietati bidimensiunale (suprafete) – integrale duble:

- **E** – intensitatea campului electric se integreaza pe curbe inchise sau deschise si defineste **tensiunea electrica** u
- **D** – inductia electrica se integreaza pe surafeta si defineste **fluxul electric** ψ
- **H** – intensitatea campului magnetic se integreaza pe curbe si defineste **tensiunea magnetica** u_m
- **B** – inductia magnetica se integreaza pe surafeta si defineste **fluxul magnetic** φ

Aceste marimi caracterizeaza global si instantaneu campul electromagnetic pe varietatile pe care sunt definite.

Matematic ele sunt functii reale de variabila reala, **definite pe intervalul de timp al procesului considerat. Ele sunt asociate unor varietati orientate** (se spune au sens de referinta)

- Marime fizica scalara care descrie global campul electric de-a lungul unei curbe C , marime derivata definita de circulatia lui \mathbf{E} :

$$u(t) = \int_C \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}$$

- Unitatea de masura: Voltul [V]
- Definita pe curbe inchise, se mai numeste si tensiune electro-motoare (t.e.m.) e
- Schimbarea sensului de referinta duce la schimbarea semnului tensiunii.

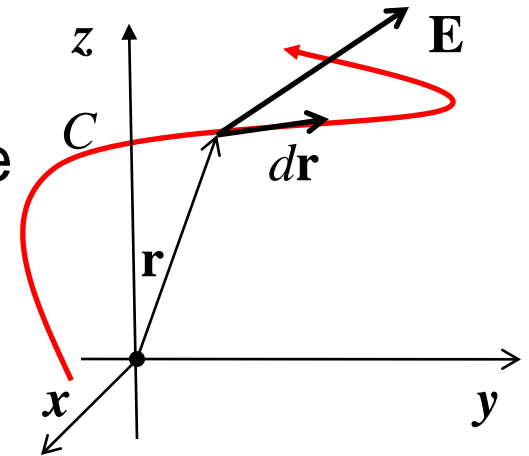
Matematic este o functie de timp:

$$u = f(t), f : [t_{\min}, t_{\max}] \rightarrow \mathbb{R}$$

Daca functia este constanta atunci valoarea ei se noteaza cu U .

$$u_C = \int_C \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = \int_C E dr \cos \alpha = \int_C E_t dr = E_{tmed} l_C \Rightarrow E_{tmed} = u_C / l_C \Rightarrow \mathbf{E} = \mathbf{t} \frac{du}{dl}$$

Tensiunea indica prezenta campului mediind valoarea sa tangentiala. Daca $\mathbf{E}=0$ atunci si $u = 0$, dar nu si reciproc!!



- Marime fizica scalara care descrie global campul electric de pe suprafata S sau Σ , marime derivata definita de fluxul inductiei \mathbf{D} :

$$\psi = \int_S \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{A} \quad \psi_\Sigma = \oint_\Sigma \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{A}$$

- Unitatea de masura: Coulomb [C]
- Schimbarea sensului de referinta duce la schimbarea semnului marimii

Matematic este o functie de timp:

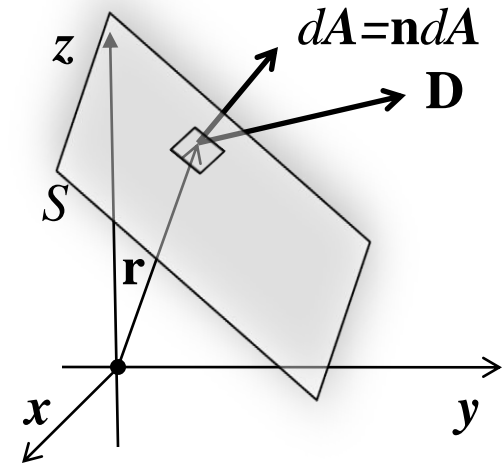
$$\psi = f(t), f : [t_{\min}, t_{\max}] \rightarrow \mathbb{R}$$

Daca functia este constanta atunci valoarea ei se noteaza cu Ψ .

Fluxul indica prezenta campului pe S , mediind valoarea sa normala, indica si sensul liniilor de camp prin semnul marimii. Daca $\mathbf{D}=0$ atunci si $\psi = 0$, dar nu si reciproc!!

$$\psi_S = \int_S \mathbf{D}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{A} = D_{nmed} A_S \Rightarrow D_{nmed} = \psi_S / A_S \Rightarrow \mathbf{D} = \mathbf{n} \frac{d\psi}{dA}$$

Fluxul indica numarul de linii de camp ce inteapa suprafata.

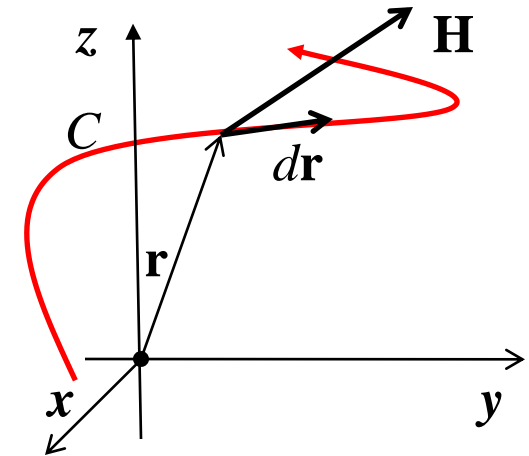


Tensiunea magnetica

- Marime fizica scalara care descrie global campul magnetic de-a lungul unei curbe C , marime derivata definita de circulatia lui \mathbf{H} :

$$u_m(t) = \int_C \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}$$

- Unitatea de masura: Amperul [A]
- Definita pe curbe inchise, se mai numeste si tensiune magneto-motoare (t.m.m.)
- Schimbarea sensului de referinta duce la schimbarea semnului tensiunii.



Matematic este o functie de timp:

$$u_m = f(t), f : [t_{\min}, t_{\max}] \rightarrow \mathbb{R}$$

Daca functia este constanta atunci valoarea ei se noteaza cu U_m .

$$u_{mC} = \int_C \mathbf{H}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = H_{tmed} l_C \Rightarrow H_{tmed} = u_{mC} / l_C \Rightarrow \mathbf{H} = \mathbf{t} \frac{du_m}{dl}$$

Tensiunea indica prezenta campului mediind valoarea sa tangentiala. Daca $\mathbf{H}=0$ atunci si $u_m = 0$, dar nu si reciproc!!

- Marime fizica scalara care descrie global campul magnetic de pe o suprafata S sau Σ , definita de fluxul inductiei \mathbf{B} :

$$\varphi = \int_S \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{A}$$

- Unitatea de masura: Weberul [Wb]
 - Schimbarea sensului de referinta duce la schimbarea semnului marimii
- Matematic este o functie de timp:

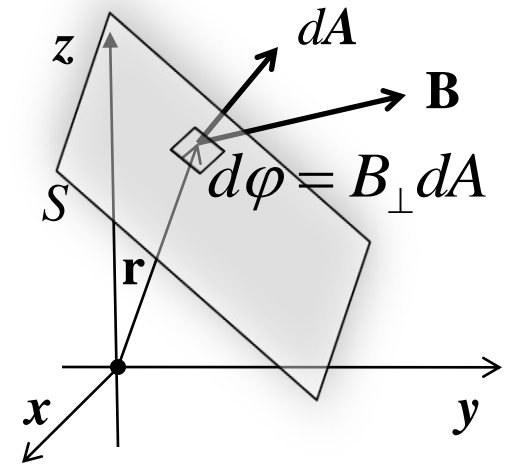
$$\varphi = f(t), f : [t_{\min}, t_{\max}] \rightarrow \mathbb{R}$$

Daca functia este constanta atunci valoarea ei se noteaza cu Φ .

Fluxul indica prezenta campului pe S , mediind valoarea sa normala, el indica si sensul liniilor de camp prin semnul marimii. Daca $B=0$ atunci si $\varphi = 0$, dar nu si reciproc!!

$$\varphi_S = \int_S \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{A} = \int_S B_n dA = B_{nmed} A_S \Rightarrow B_{nmed} = \varphi_S / A_S \Rightarrow \mathbf{B} = \mathbf{n} \frac{d\varphi}{dA}$$

Fluxul indica numarul de linii de camp ce inteapa suprafata.



1.5. Marimile globale ale corpurilor

Sunt asociate marimilor locale si sunt obtinute prin integrarea acestora pe diferite varietati.

q – **sarcina electrica** se obtine prin integrarea pe domeniul corpurilor a densitatii de sarcina

i – **intensitatea curentului electric** se obtine prin integrarea pe suprafete ce aparțin corpurilor a densitatii de curent J

Aceste marimi sunt scalare, functii de timp ce caracterizeaza global si instantaneu starea corpurilor din pe varietatile pe care sunt definite. Curentul are sens de referinta, dar sarcina nu are.

Matematic ele sunt functii reale de variabila reala, **definite pe intervalul de timp al procesului considerat. Curentul fiind asociat unei varietati orientate depinde de sensul acestei orientari** motiv pentru care se spune are sens de referinta.

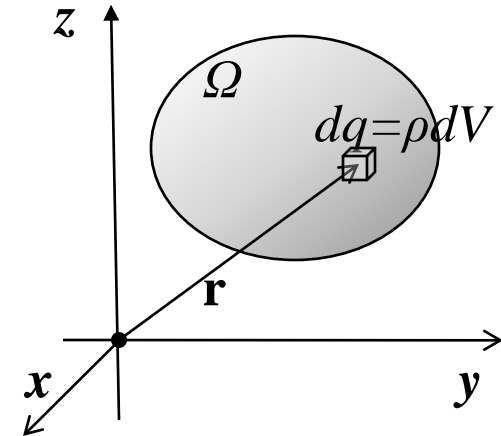
Marimile locale ale campurilor si corpurilor sunt **marimile primitive** ale electromagnetismului. Procedeele lor de masurare vor fi descrise ulterior, sub forma de consecinte ale teoremelor electromagnetismului. Marimile globale sunt **marimi derivate**, definite prin integrarea marimilor locale-primitive.

- Marime fizica scalara care descrie **global starea de electrizare** a unui corp, definita de integrala tripla, pe domeniul corpului a densitatii de sarcina:

$$q = \int_{\Omega} \rho(\mathbf{r}, t) dV$$

- **Unitatea de masura:** Coulomb [C]
- Matematic este o functie de timp asociata domeniului Ω :

$$q_{\Omega} = f(t), f : [t_{\min}, t_{\max}] \rightarrow \mathbb{R}$$



- Daca functia este constanta atunci valoarea ei se noteaza cu Q .

- Sarcina este suma sarcinilor particulelor din domeniul corpului.

$$q_{\Omega} = \int_{\Omega} \rho(\mathbf{r}, t) \cdot dV = \rho_{med} V_{\Omega} \Rightarrow \rho_{med} = \frac{q_{\Omega}}{V_{\Omega}} \xrightarrow{V_{\Omega} \rightarrow 0} \rho = \frac{dq}{dV}$$

- Corpurile neutre local peste tot sunt neutre si global. Dar corpurile **neutre global** nu sunt in mod necesar si **neutre local**

- Distributia superficiala a sarcinii este descrisa de $\rho_s = \frac{dq}{dA} [C/m^2]$

- Marime scalara care descrie global starea electrocinetica de pe o suprafata S sau Σ , definita de fluxul densitatii de curent \mathbf{J} :

$$i = \int_S \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{A}$$

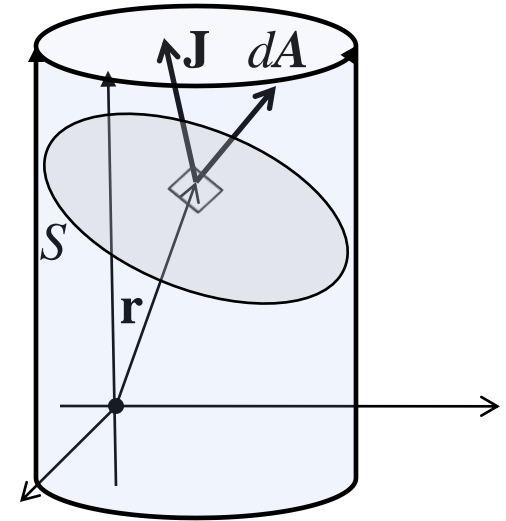
- Unitatea de masura: Amper [A]
- Schimbarea sensului ei de referinta duce la schimbarea semnului marimii
- Matematic este o functie de timp:

$$i_S = f(t), f : [t_{\min}, t_{\max}] \rightarrow \mathbb{R}$$

- Daca functia este constanta atunci valoarea ei se noteaza cu I .
- Curentul i reprezinta debitul purtatorilor de sarcina prin S .
- El mediaza valoarea normala a densitatii de curent:

$$i_S = \int_S \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{A} = \int_S J_n dA = J_{nmed} A_S \Rightarrow J_{nmed} = i_S / A_S \Rightarrow \mathbf{J} = \mathbf{n} \frac{di}{dA}$$

si indica sensul liniilor de curent prin semnul marimii globale.
Daca $\mathbf{J}=0$ atunci si $i = 0$, dar nu si reciproc!!



1.6.Recapitularea marilor el-mg

	Locale	Globale
EL	E – intensitatea campului electric [V/m]	Tensiunea elctrica [V] $u(t) = \int_C \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{r}$
	D – inductia electrica [C/m2]	Fluxul electric [C] $\psi(t) = \int_S \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{A}$
MG	B – inductia magnetica [T]	Fluxul magnetic [Wb] $\varphi(t) = \int_S \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{A}$
	H – intensitatea campului magnetic [A/m]	Tensiunea Magnetica [A] $u_m(t) = \int_C \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{r}$
Corpuri	ρ - densitatea de sarcina [C/m3]	Sarcina electrica [C] $q(t) = \int_{\Omega} \rho(\mathbf{r}, t) dV$
	J - densitatea de curent [A/m2]	Curentul electric [A] $i(t) = \int_S \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{A}$

Aspecte metrologice

- Curentul electric este **singura marime primara** a electromagnetismului, unitatea sa de masura A (Amperul) fiind singura unitate fundamentala de natura electromagnetica din Sistemul International (SI) al unitatilor de masura, celelealte marimi fizice ale electromagnetismului fiind marimi secundare.
- **Marimile globale** fiind marimi scalare se masoara mai simplu decat marimile locale.
- **Marimile locale** se pot masura folosind relatia care le exprima ca derivate ale marimilor locale. Se folosesc sonde de mici dimensiuni, cu forme alungite pentru marimile longitudinale (E , H) si plate pentru marimile transversale (D , B , J). Se masoara marimile globale (u , u_m), (ψ , ϕ , i), q si apoi se raporteaza rezultatul masurarii la lungimea, aria respectiv volumul sondei.
- In practica cel mai des sunt masurate marimile: **tensiune electrica (u) si curent electric (i)**. Pentru acestea se folosesc voltmetrul si ampermetrul (ambele realizate folosind un aparat de masura foarte sensibil, numit si galvanometru sau electrometru respectiv un osciloscop - pentru avizualiza variatia in timp). Celelalte marimi globale se pot masura prin integrarea in timp a tensiunii u sau a curentului i .

Reprezentarea numerica a marimilor el-mg globale

- **Marimile globale** sunt din p.d.v. matematic functii reale de variabila reala si se reprezinta pe calculator ca aceste obiecte.
- Daca sunt constante, ele se reprezinta printr-o o **variabila reala**
- Daca sunt variabile, atunci se reprezinta in cazul cel mai general ca vectorul valorilor marimii in nodurile in care a fost discretizat intervalul de timp de definire a marimii, deci printr-un **vector cu componente reale**.
- Reteaua poate fi uniforma (cu un pas de timp si noduri echidistante, reprezentata de doua numere reale: momentul initial si pasul de timp) sau una neuniforma (reprezentata printr-un **vector cu componente reale** ce reprezinta nodurile). Valoarea marimii dintr-un moment arbitrar se obtine prin interpolarea sau extrapolarea valorilor din noduri.
- In cazurile in care marimea are o variatie in timp particulara se prefera forme mai compacte de reprezentare. De exemplu:
 - printr-un **numar complex**, in cazul variatiilor sinusoidale,
 - printr-un **vector cu componente complexe**, in cazul marimiilor periodice dezvoltate in serii Fourier.

Reprezentarea numerica a marimilor el-mg locale

- **Marimile locale** sunt in general campuri vectoriale variabile in timp. Reprezentarea lor este mai dificila, necesitand pe langa discretizarea 1D a timpului si o discretizare 3D a spatiului.
 - **Discretizarea 3D spatia** poate fi
 - carteziana (discretizarea independenta a fiecarei axe), dar
 - poate fi realizata prin pavarea spatiului cu celule elementare (tetraedre, prisme, piramide, hexaedre, etc) numite si elemente finite, care pot fi structurate (caz in care retea
 - In mod natural marimile locale:
 - Longitudinale (1-forme): **E, H** se asociaza laturilor celulelor elementare;
 - transversale (2-forme): **B, D, J** se asociaza fetelor celulelor elementare;
 - densitatea de sarcina (3-forma) ρ se asociaza celulelor.
 - Daca retea
- vectori cu L, F, V componente reale**, dupa cum sunt longitudinale, transversale, respectiv densitati de sarcina. Pentru a descrie variatia in timp se folosesc tehnicile descrise anterior, dar pentru aceste obiecte.
- Marimile globale pe aceste elemente se calculeaza simplu prin inmultirea cu masura elementului respectiv.

Aplicatii, probleme, exercitii

- Calculati tensiunea electrica pe un segment de dreapta de lungime $l=1\text{cm}$ plasat in camp electric uniform de intensitatea $E=100\text{V/m}$ cu diferite orientari:
 - de-a lungul liniilor de camp: $U = El = 1\text{V}$
 - perpendicular pe liniile de camp: $U = El \cos(\pi / 2) = 0\text{V}$
 - orientat la 60 grade de linia de camp: $U = El \cos(\pi / 3) = 0,5\text{V}$
 - orientat invers fata de linia de camp: $U = El \cos(\pi) = -1\text{V}$
- Calculati fluxul magnetic pe o suprafata plana de arie $A = 1\text{cm}^2$ plasata in camp magnetic uniform de inductie $B = 1\text{T}$ cu diferite orientari:
 - liniile de camp se preling pe suprafata: $\varphi = BA \cos(\pi / 2) = 0$
 - suprafata este perpendiculara pe liniile de camp: $\varphi = BA \cos 0 = BA = 100\mu\text{Wb}$
sau $\varphi = BA \cos \pi = -BA = -100\mu\text{Wb}$
 - normala la suprafata este la 60 grade fata de camp: $\varphi = BA \cos(\pi / 3) = 50\mu\text{Wb}$
- Cat este densitatea medie de curent intr-un fir de diametru 1mm parcurs de un curent de 1A?
- Cu cat se modifica sarcina unui corp daca doar intr-un punct al sau densitatea de sarcina se anuleaza?
- Cat este fluxul electric printr-o sfera de raza 1cm plasata in camp uniform de inductie $D = 1\text{mC/m}^2$? Dar pe jumatate de sfera? Cum ar putea fi liniile de camp pentru ca pe sfera fluxul sa fie pozitiv? Dar negativ?
- Cat este tensiunea magnetica pe un cerc de diametru 1cm plasat in camp uniform de intensitate 1kA/m? Dar pe jumatate de cerc?
- Indicati caracteristicile tuturor marimilor fizice definite in acest capitol.

Concluzii privind marimile el-mg

- Marimile locale sunt marimi primitive iar cele globale sunt derivate (se definesc ca integrale ale marimilor locale). Dar se poate constitui o teorie echivalenta, in care lucrurile stau invers (marimile locale sunt definte prin “derivarea” marimilor globale, considerate primitive).
- Trecerea de la marimile globale la cele locale este univoca dar distributia locala nu rezulta univoc din valoarea globala. Marimile globale nu descriu complet distributia campului, dar sunt preferabile in practica fiind mai simple.
- Toate marimile prezentate pana acum sunt instantanee si active
- Fiecare marime globala este asociata unei varietati orientate. Tensiunile sunt asociate curbelor si se obtin prin integrarea intensitatilor iar fluxurile (inclusiv curentul) sunt asociate suprafetelor si se obtin prin integrarea inductiilor.
- Semnul lor este relativ. Schimbarea sensului de referinta (orientarea varietatii) determina schimbarea semnului marimii globale. Sarcina este singura exceptie, ea fiind asociata volumelor neorientate (forma de ord. 3).
- Masurarea marimilor globale se face cu aparate cu bornele polarizate (ampermetru, voltmetru, fluxmetru...) iar inversarea lor detrimna schimbarea semnului marimii masurate.
- Tensiunile descriu componenta tangentiala a campului, mediata pe curba de definitie, iar fluxurile descriu componenta normala a campului mediata pe suprafata de definitie. In consecinta, intensitatile campului descriu comportatea longitudinala (sunt forme diferentiale de ord. 1 – se integreaza pe curbe), iar inductiile descriu comportarea transversala a campului electromagnetic (forme diferentiale de ordin 2 – se integreaza pe suprafete).

- Metrologie <http://en.wikipedia.org/wiki/Metrology>
- Masurari <http://en.wikipedia.org/wiki/Measurement>
- Institutul National de Metrologie
<http://www.inm.ro/ro/?page=labs&lab=lab03>
- Sistemul International al Unitatilor de Masura
http://en.wikipedia.org/wiki/International_System_of_Units
<http://www.bipm.org/en/si/>
http://en.wikipedia.org/wiki/SI_electromagnetism_units
- Campul electric
http://en.wikipedia.org/wiki/Electric_field
<http://www.flashphysics.org/electricField.html>
- Campul magnetic
http://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_field
http://www.lightandmatter.com/html_books/0sn/ch11/ch11.html
http://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_flux

- Campul electromagnetic
http://en.wikipedia.org/wiki/Electromagnetic_field
http://en.wikipedia.org/wiki/EMF_measurements
http://en.wikipedia.org/wiki/Electromagnetic_spectrum
- Sarcina electrica
http://en.wikipedia.org/wiki/Electric_charge
http://en.wikipedia.org/wiki/Elementary_charge
- Curentul electric
http://en.wikipedia.org/wiki/Electric_current
http://en.wikipedia.org/wiki/Current_3-vector
<http://en.wikipedia.org/wiki/Electricity>
- Integrare
<http://en.wikipedia.org/wiki/Integral>
http://en.wikipedia.org/wiki/Multiple_integral

- Curbe
<http://en.wikipedia.org/wiki/Curve>
http://en.wikipedia.org/wiki/Line_integral
- Suprafete
<http://en.wikipedia.org/wiki/Surface>
http://en.wikipedia.org/wiki/Surface_integral
- Volume: <http://en.wikipedia.org/wiki/Manifold>
http://en.wikipedia.org/wiki/Differential_form
- Reprezentarea numerica a campurilor
http://en.wikipedia.org/wiki/Computational_electromagnetics
http://en.wikipedia.org/wiki/Finite-difference_time-domain
- 1D – Interpolari <http://en.wikipedia.org/wiki/Interpolation>
- 3D: http://en.wikipedia.org/wiki/Geometric_modeling
- http://en.wikipedia.org/wiki/Finite_element_method
- <http://www.bu.edu/tech/research/training/tutorials/>